1. REKENEN

1.1 Inleiding

Iedereen weet, dat *radio* nauw verwant is aan e*lektriciteit.* Wil men dus de *radiotechniek* bestuderen, dan moet men eerst een en ander begrijpen van de leer van de elektriciteit, de *elektrotechniek*. Dat we bij deze studie gebruik moeten maken van berekeningen (wiskunde), schema'*s*, symbolen (internationaal afgesproken tekens), vectordiagrammen, grafieken, éénheden, technische begrippen en uitdrukkingen, etc. is nodig om alles goed onder de knie te krijgen. We starten daarom met wat toepassing van de wiskunde (beslist geen theorie) en rekenvaardigheid met gebruikmaking van het *rekentuig* indien gewenst (de cursist die dit niet nodig heeft slaat het hierop betrekking hebbende gedeelte over), gevolgd door elektrotechnische begrippen en uitdrukkingen om daarna in de *elektronica* te kunnen duiken. Onderschat echter bij deze studie voor de RDR-examens de exameneisen en normen niet! Regelmaat en herhaling in de studie, vooral doorzettings-vermogen en goed lezen van de opgaven zijn de basis voor een succesvol RDR-examen. De verzameling van “Zendexamen-opgaven en bijbehorende antwoorden” is voor de studie zeer goed bruikbaar en verkrijgbaar bij de VRZA Ledenservice.

1.2 Rekenregels

Bij het rekenen hanteert men het volgende ezelsbruggetje.

M*(ijnheer)* ***V****(an)* ***D****(alen)* ***W****(acht)* ***O****(p)* ***A****(ntwoord).*

M	*machtsverheffen*
V	*vermenigvuldigen*
D	*delen*
W	*worteltrekken*
O	*optellen*
A	*aftrekken*

De vette hoofdletters geven de volgorde aan die men dient aan te houden bij het rekenen! Indien men echter in een formule of bij een bepaalde berekening van genoemde regel *moet* afwijken, dan wordt dit aangegeven door het betreffende gedeelte uit de opgave te plaatsen tussen ‘( )’, ‘{ }’, ‘[ ]’. In zo’n geval moet men eerst alles tussen de haken ‘( )’ berekenen, dan de uitkomst in combinatie met het gedeelte tussen de accolades ‘{ }’ uitwerken en verder gaan met de opgave tussen de rechte haken ‘[ ]’. Bij de uitwerkingen tussen de haken, accolades en rechte haken *moe*t men zich vanzelfsprekend houden aan de voorgeschreven bewerkingsvolgorde van het ezelsbruggetje!

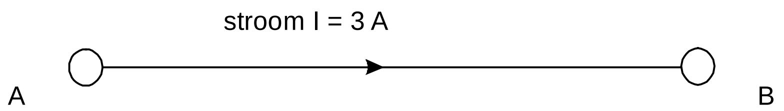
In de rekenkunde kent men:

- Natuurlijke getallen, b.v. 2; 14; 45 etc. (positieve gehele getallen).
- Breuken, b.v. $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$ etc.
- Decimale getallen, b.v. 0,1; 3,14; 100,25 etc.

In de algebra werkt men met de getallen uit de rekenkunde, letters van het alfabet en combinaties hiervan, die zowel positief als negatief kunnen zijn. Voorbeelden hiervan zijn :

- $+\frac{1}{2}ab$ *(*men laat dan het $+$ teken weg, dus*:* $\frac{1}{2}ab$*).*
- $-\frac{1}{2}ab$ (nu mag men beslist het $-$ teken niet weglaten want anders staat er: $\frac{1}{2}ab$, en dat is positief in plaats van negatief.)

Een voorbeeld van de toepassing van positieve en negatieve getallen in de elektrotechniek: Stel we hebben twee punten, resp. *A* en *B*, die door een metalen draad (een geleider) zijn verbonden waardoor heen een stroom van 3 ampère vloeit van *A* naar *B* (zie richting van de pijl in de tekening 1.1) waarbij tevens is aangenomen dat dit de enige logische richting van de stroom kan zijn.



Figuur 1-1 Het aangeven van een stroomrichting.

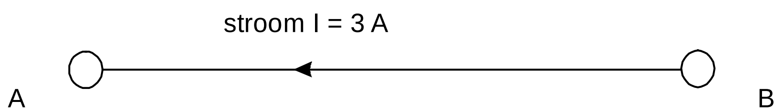
Dit kunnen we dan heel snel eenvoudig noteren door op te schrijven:

I = +3 A.

(Meestal laten we het + teken weg, dus: I = 3 A.)
We weten nu automatisch:

- De richting van de stroom is van *A* naar B.
- De stroom strekte is 3 Ampère.

Stel dat nu gegeven was dat deze zelfde stroom niet van *A* naar *B* vloeit maar wel van *B* naar *A*, dus niet in de verwachte richting maar juist de tegengestelde kant op (zie de richting van de pijl in figuur 1-2).



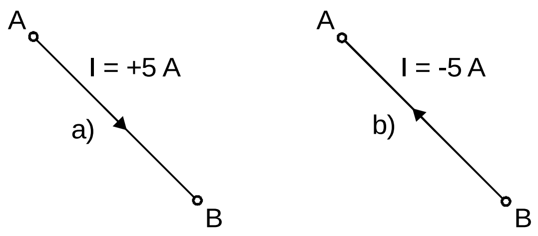
Figuur 1-2 Stroomrichting tegengesteld aan figuur 1-1.

We moeten dan noteren: I = –3 A. (Denk er aan, we mogen nooit het – teken weglaten!) We weten nu automatisch:

- De richting van de stroom is van *B* naar *A*.
- De stroomsterkte is 3 Ampère.

Een ander veel voorkomend voorbeeld

Een stroomvoerende geleider is verbonden met een punt *B*. Gevraagd wordt deze situatie te tekenen. In de elektrotechniek en elektronica zeggen we kort en bondig: teken het *schema*. Er zijn twee mogelijkheden (de stroomrichting was immers niet gegeven in de opgave).



Figuur 1-3 Positieve en negatieve stromen.

a) I = 5 A. (Stroom gaat naar het punt *B* toe.)
b) I = –5 A. (Stroom gaat van het punt *B* af.)

Aangenomen werd dat de stroomsterkte I = 5 Ampère was.
Verder kan men in formules en berekeningen verschillende symbolen (afgesproken tekens) tegenkomen. Een kleine greep hieruit:

=	is gelijk aan
≠	is niet gelijk aan
≈	circa, is ongeveer gelijk aan
<	kleiner dan (a is kleiner dan b, a < b)
>	groter dan (x groter dan y, x > y)
<<	veel kleiner dan (p << q)
>>	veel groter dan (p >> q)
Σ	algebraïsche som (men dient hierbij met het plus (+) of min (–) teken van bijvoorbeeld de stromen of spanningen rekening te houden)
log.	gewone logaritme, grondtal 10
%	procent (honderdste deel van)
√	wortel uit
× of ·	maal (2 x 3 of 2·3)
/ of : of ÷	gedeeld door (10/2 of 10:2 of 10÷2)
°	graden (b.v. voor een hoek 30° of temperatuur 22 °C)
π	constante (vast getal) bij cirkelberekeningen, π = 3,14 ≈ 22/7
∅	de diameter van een cirkel
U	spanning
I	stroom
R	weerstand
t°	temperatuur (in °C)
=	gelijkspanning of gelijkstroom
~	wisselspanning of gelijkstroom

Een goede rekenvaardigheid is zeer belangrijk! Daarom besteden we in deze cursus daaraan enige aandacht.

1.3 Optellen

3 + 2	=	5
3 + 1 + 2 + 4	=	10, maar ook:
3 + 4 + 1 + 2	=	10.

Verandering van de volgorde der getallen geeft eenzelfde uitkomst! Zijn de getallen groot, dan kan men beter de getallen onder elkaar zetten, waarbij men steeds moet zorgen dat van rechtsaf de getallen onder elkaar komen te staan. Ook het gebruik van rekenapparatuur is vaak toegestaan (controleer uw examenpapieren).

16307 + 523 + 8425 = 25255

```
16307
  523
 8425
-------- +
25255
```

1.4 Aftrekken

Aftrekken is het omgekeerde van optellen.
7 – 4 = 3
12 – 7 = 5

Voor het werken met grotere getallen, zie de methode gebruikt bij het optellen.

16307 – 523 = 15784

```
16307
  523
-------- –
15784
```

Bij een combinatie van optellen en aftrekken, de bewerking altijd van links naar rechts uitvoeren:

14 – 5 + 6 =
  9 + 6 =15

en beslist niet: 14 – 5 + 6 =
14 – 11 = 3
want dit is fout!

Opgaven

1. 7 + 4 =
2. 7 – 4 =
3. 6a + 3a =
4. 8a – 2a =
5. 8 + 5 + 2 =
6. 8 – 5 – 2 =
7. 12 – 8 + 4 =
8. 141 + 2037 + 200 =
9. 2037 – 341 =
10. 35 – 25 + 20 – 10 =

1.5 Vermenigvuldigen

Het beginsel van vermenigvuldigen is aangegeven in onderstaande afbeelding.

x x x x x
x x x x x
x x x x x

Dit is het beeld van de vermenigvuldiging: 3 maal 5. In de figuur staan 3 horizontale rijen met elk 5 kruisjes. Rekenkundig uitgedrukt is dit: 3 x 5. In totaal staan er 15 kruisjes. De uitkomst van 3 x 5 is dan ook: 15. We schrijven kortheidshalve: 3 x 5 = 15. Men had ook kunnen zien: 5 verticale rijen van 3 kruisjes, met dezelfde uitkomst, d.w.z. 5 x 3 = 15. Hieruit volgt, dat men de getallen (factoren genaamd) in een vermenigvuldiging mag verwisselen zonder dat de uitkomst verandert! In de wiskunde geeft men dit aan met de *formule*

$$n \times m = m \times n,$$

waarbij voor n en m elk willekeurig getal kan worden ingevuld of andere letters mogen worden gebruikt.

Voorbeeld van vermenigvuldigen van grotere getallen:

35,2 x 3,14 = 110,528

35,2		1 cijfer achter de komma
3,14		2 cijfers achter de komma
---------	x	
1408		
3520		
105600		

110,528		in totaal 3 cijfers achter de komma!

Controleer de berekeningen desgewenst met een rekenapparaat. Let op: rekenmachines gebruiken de Amerikaanse schrijfwijze: waar wij een decimaalkomma plaatsen wordt een punt ‘.’ gebruikt.

In dit hoofdstuk gebruiken we zowel de x als de · gebruikt om een vermenigvuldiging aan te geven. In de rest van het boek zullen we alleen de punt gebruiken. Vaak ook wordt zelfs de punt weggelaten. Bijvoorbeeld 2xπ wordt dan geschreven als 2π (uitgesproken als 'twee pie')

1.6 Delen

Het *delen* is het omgekeerde van vermenigvuldigen.

Voorbeeld 1

8 : 4 = 2

deeltal deler

8 : 4 = 2

delen door quotiënt

Voorbeeld 2

Indien de getallen groter zijn:

306 : 17 = 18

306 : 17 = 18	
17	hier 1 x 17
136	de ‘6’ aanhalen
136	hier 8 x 17
0	er is geen rest

Voorbeeld 3

16,4404 : 35,74 = 0,46

De deler moet bij het bewerken een geheel getal zijn! Daarom worden *deler* en *deeltal* beide met 100 vermenigvuldigd.

16,4404 : 35,74 =
1644,04 : 3574 = deeltal en deler met 100 vermenigvuldigen

1644,04 : 3574 = 0,46	
0	hier 0 x 3574
16440	de ‘0’ aanhalen
14296	hier 4 x 3574
21444	de ‘4’ aanhalen
21444	hier 6 x 3574
0	er is geen rest

Bij het aanhalen van de ‘0’ werd de ‘,’ gepasseerd, daarom in het quotiënt een komma plaatsen op dit moment.

In de praktijk maken we nooit de vermenigvuldiging ‘0 x de deler’, maar schrijven automatisch ‘0’ en gaan dan verder met de deling. Een en ander werd hier wel gedaan om te laten zien wat we bij de berekening aan het doen zijn.

Opgaven

1.	487	x	673	=
2.	7,86	x	57,9	=
3.	3,14	x	1000	=
4.	2,7685	x	100	=
5.	36113	:	67	=
6.	938,88	:	96	=
7.	36,113	:	6,7	=
8.	67868	:	0,076	=

1.7 Toepassing

Het kan voorkomen dat het nodig is om één of meer factoren in een formule of berekening van plaats te veranderen. Dit is mogelijk indien men bepaalde regels in acht neemt, namelijk:

Verandert men de plaats van een factor in een formule of berekening, dan moet, als daarbij het = teken wordt gepasseerd, de gegeven berekening worden omgekeerd, dus:

- een optelling wordt een aftrekking;
- een aftrekking wordt een optelling;
- een vermenigvuldiging wordt een deling;
- een deling wordt een vermenigvuldiging.

Voorbeelden

- $7 = 4 + 3 \Rightarrow \begin{matrix} 7 - 3 = 4 \\ 7 - 4 = 3 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} -4 = -7 + 3 \\ -3 = 4 + -7 \end{matrix}$
- U : R = I

(We hadden in plaats van *U* : *R* ook kunnen schrijven $\frac{U}{R}$

Hier staat: *U* gedeeld door *R* is gelijk aan *I*.
Stel dat we de factor *R* wensen te verplaatsen. We hebben dan 2 mogelijkheden

1. *R* en *U* van plaats verwisselen. Dit betekent dat we deler en deeltal van een deling verwisselen. Dit mag echter alleen als we dat aan beide kanten van het = teken doen. De gelijkheid blijft dan bestaan. Dus :

$$I = \frac{U}{R} \text{ is identiek aan : } \frac{I}{1} = \frac{U}{R} \text{ verwisselen levert nu : } \frac{1}{I} = \frac{R}{U}$$

2. *R* naar de kant van *I*, dus over het = teken heen. Er stond delen door *R*, dit wordt dan vermenigvuldigen met *R*.

De gegeven formule kan worden omgezet in:

$$U = I \times R \text{ of } U = R \times I \text{ of } R \times I = U.$$

Indien gewenst kan men nog verder gaan tot :

$$R = \frac{U}{I}$$

De formule $U = I \times R$ is *de wet van ohm*, daar komen we later in de cursus uitgebreid op terug.

Een andere belangrijke regel bij het uitwerken van berekeningen:
- + maal + is + (positief)
- – maal – is + (positief)
- + maal – is – (negatief)
- – maal + is – (negatief)

Voorbeelden

+ (+5 – 3) = + (+2) = +2,

of zoals men meestal schrijft:

.. + (5 – 3) = .. +2

.. + (+5 – 7) = .. + (–2) = .. –2

.. + (5 – 7) = .. –2

.. – (+5 – 7) = .. – (–2) = .. + 2

$$.. - (5 - 7) = .. + 2$$

$$.. - (+5 - 3) = .. - (+2) = .. - 2$$

$$.. - (5 - 3) = .. - 2$$

Recht evenredig en Omgekeerd evenredig

- Als men zegt: "*x* is recht evenredig (of verkort: *evenredig*) met *y"* dan betekent dat: "als *x* 4 maal zo groot wordt, *y* ook 4 maal zo groot wordt".
- Als men zegt: "*x* is omgekeerd evenredig met *y*", dan betekent dat: "als *x* 4 maal zo groot wordt, *y* 4 maal zo klein wordt".

Zo is ook het omgekeerde van *R* gelijk aan $\frac{U}{I}$.

1.8 Breuken

Hele getallen zijn bijv. 2, 5, 13 etc.
Gebroken getallen zijn bijv. $^1/_2$, $^1/_4$ etc. Een gebroken getal, zoals $^1/_4$ wordt een *breuk* genoemd

Voorbeeld

teller $\searrow$

$$\frac{1}{4}$$

noemer $\nearrow$

Hier staat: één gedeeld door vier, d.w.z. het geheel is in 4 stukken verdeeld en men bedoelt dan één van die kwart stukken. Had er nu $^3/_4$ gestaan, dan bedoelde men 3 x $^1/_4$, dus drie kwart stukken.

De waarde van een breuk verandert niet wanneer men de teller en de noemer met hetzelfde getal vermenigvuldigt of door hetzelfde getal deelt.

Voorbeeld

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12}$$

$$\frac{8}{12} = \frac{8 \div 4}{12 \div 4} = \frac{2}{3}$$

Dit laatste voorbeeld noemen we het *vereenvoudigen* van een breuk. omdat we teller en noemer als zo klein mogelijke getallen schrijven.

N.B. $\frac{1}{1} = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \ldots 1$

Een getal vermenigvuldigd met 1 of gedeeld door 1 verandert niet van waarde!

Men mag *alleen* breuken met dezelfde noemer (gelijknamige breuken) optellen en/of aftrekken!

Voorbeeld

$$\frac{3}{5}+\frac{1}{5}=\frac{4}{5} \qquad \frac{5}{7}-\frac{2}{7}=\frac{3}{7}$$

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{1\times 4}{3\times 4}+\frac{1\times 3}{4\times 3}=\frac{4}{12}+\frac{3}{12}=\frac{7}{12}$$

$$\frac{1}{3}-\frac{1}{5}=\frac{1\times 5}{3\times 5}-\frac{1\times 3}{5\times 3}=\frac{5}{15}-\frac{3}{15}=\frac{2}{15}$$

Men noemt dit: *het gelijknamig maken van de breuken*.
Bij het vermenigvuldigen van breuken met elkaar moeten zowel de tellers als de noemers met elkaar worden vermenigvuldigd:

Voorbeeld

$$\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}\times\frac{5}{7}=\frac{2\times 1\times 5}{3\times 4\times 7}=\frac{10}{84}=\frac{5}{42}$$

De breuk werd meteen vereenvoudigd door zowel de teller als de noemer te delen door hetzelfde getal, namelijk 2.

Een deling met breuken kan men uitvoeren door van de deling een vermenigvuldiging te maken, waarbij men niet moet vergeten dat de deler moet worden omgekeerd. Ofwel :

Delen door een breuk is vermenigvuldigen met het omgekeerde.

Voorbeeld

deeltal deler

$$\frac{8}{15}:\frac{2}{3}=\frac{4}{5}$$

bewerkings instructie:
delen door

quotient

$$\frac{8}{15} : \frac{2}{3} = \frac{8}{15} \times \frac{3}{2} = \frac{24}{30} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{8}{15} \times \frac{3}{2} = \frac{4 \times 1}{5 \times 1} = \frac{4}{5}$$

Hierbij zijn alle bewerkingen gecombineerd uitgevoerd.
Het berekenen van en het rekenen met *samengestelde breuken* is nu eenvoudig geworden door gebruik te maken van het voorafgaande, door deze eerst te vereenvoudigen.

$$\frac{\left(1\frac{7}{28}\right)}{\left(\frac{7}{5}\right)} = 1\frac{7}{28} : \frac{5}{7} = \frac{35}{28} : \frac{5}{7} = \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$$

1.9 Decimale breuken en afronden

Elke gewone breuk kan worden omgezet in een *tiendelige breuk* door de teller van deze breuk te delen door de bijbehorende noemer.

Voorbeeld

a) $^{7}/_{8}$ = 0.875

7,000 : 8 = 0,875
64..
60.
56.
40
40
0

b) $^{1}/_{3}$ = 0,3333 = 0,33
c) $^{2}/_{3}$ = 0,666666 = 0,67

Niet elk gebroken getal is precies als een tiendelige breuk te schrijven. De tiendelige breuk is dan een benadering van de werkelijke waarde van het getal. Toch geven we er vaak de voorkeur aan, omdat de rekenkundige bewerkingen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen, delen, etc.) een stuk eenvoudiger kunnen worden toegepast.

Werken met getallen, welke heel veel cijfers achter de komma hebben, maakt berekeningen niet altijd nauwkeuriger. Meestal neemt men genoegen met circa drie cijfers achter de komma. Dit is toegepast in de voorbeelden b) en c). Dit noemt men afronden. In deze gevallen twee cijfers achter de komma. Toch is er een verschil in de afronding van c) en b). Dat komt omdat men ook bij het afronden aan regels gebonden is.

- Bij de afronding moet men altijd één cijfer meer berekenen dan men nodig heeft. Voor twee cijfers achter de komma dus eerst drie berekenen. Voor drie cijfers achter de komma eerst vier berekenen.
- Is het laatst berekende getal 5 of groter dan rondt men naar boven af (voorbeeld C: 6 wordt 7). Is het laatst berekende getal 4 of kleiner dan verandert de waarde van het laatste getal niet (voorbeeld B: 3 bleef 3).

Opgaven

1. $\frac{12}{10} \times \frac{4}{2} \times 2\frac{1}{3} \times 14\frac{2}{7}$
2. $\frac{49}{72} : \frac{14}{18}$
3. $\dfrac{1\frac{7}{9}}{1\frac{1}{3}}$
4. Schrijf als decimaal getal: $\frac{5}{7}$ = .. Rond dit af op 2 cijfers achter de komma.
5. Schrijf als decimaal getal: $2\frac{5}{7}$ = .. Rond dit af op 2 cijfers achter de komma.

1.10 Machten en machtsverheffen

Een voorbeeld van een *macht* is 3^5. (Spreek uit: 3 tot de macht 5 of 3 tot de 5^e.)
Wat betekent 3^5 ? Dit betekent het getal 3 vijf keer met zichzelf vermenigvuldigd moet worden.

$$3^5 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

Zo is $3^2 = 3 \times 3 = 9$

(Spreek uit: 3 tot de 2^e macht of 3 tot de 2^e of, wat men meestal zegt: 3 *kwadraat*.)
De 3 wordt het *grondtal* genoemd. De 5 wordt de *exponent* genoemd.

$$3^5 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 243$$

$$2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$$

Moeten machten worden opgeteld of afgetrokken dan moeten we de betreffende machten eerst berekenen.

Voorbeeld

$$3^3 + 2^2 = 3 \times 3 \times 3 + 2 \times 2 = 27 + 4 = 31$$

en:

$$3^3 - 2^2 = 3 \times 3 \times 3 - 2 \times 2 = 27 - 4 = 23$$

Moeten machten met hetzelfde grondtal met elkaar worden vermenigvuldigd, dan kan men de *exponenten* eenvoudig bij elkaar optellen
Bij deling van machten met hetzelfde grondtal worden de exponenten van elkaar afgetrokken

$$2^4 \times 2^2 = 2^{(4+2)} = 2^6 = 64, \qquad \text{want } (2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2) = 2^6 = 64$$

$$2^4 : 2^2 = 2^{(4-2)} = 2^2 = 4, \text{ want}$$

$$\frac{2^4}{2^2} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2} = 2 \times 2 = 4$$

Als we deze redenering doortrekken, kunnen we ook de waarde bepalen van machten die zo op het oog wat minder duidelijk tot een uitkomst leiden.
We weten nu dat

$$7^3 = 7 \times 7 \times 7$$

en ook

$$a^5 = a \times a \times a \times a \times a\,,$$

maar wat te doen met:

$$3^1 \text{ of } a^1 \text{ of } 3^0 \text{ of } a^0$$

en wat zou a^{-1} en 10^{-6} kunnen betekenen?

3^1 : De exponent is nu in dit geval zeer belangrijk Zoals bekend is: 3–2=1.
We zouden dus 3^1 kunnen schrijven als $3^{(3-2)}$ en dat is

$$3^1 = 3^{(3-2)} = \frac{3^3}{3^2} = \frac{3 \times 3 \times 3}{3 \times 3} = 3$$

dus: $3^1 = 3$

en: $5^1 = 5$

en ook: $a^1 = a$

$\mathbf{3^0}$: We kunnen zeggen dat $0 = 1 - 1$, zodat

$$3^0 = 3^{(1-1)} = \frac{3}{3} = 1$$

dus: $3^0 = 1$

en: $5^0 = 1$

en ook: $a^0 = 1$

$\mathbf{a^{-1}}$: We kunnen zeggen dat $-1 = 1 - 2$, zodat

$$a^{-1} = a^{(1-2)} = \frac{a^1}{a^2} = \frac{1}{a}$$

Controleer zelf of dit juist is:

$$4 \text{ mm}^2 = 4 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

Een belangrijke toepassing van machten is het schrijven van heel grote of heel kleine getallen als kleiner, resp. groter getal, vermenigvuldigd met een macht van 10. Zo is het getal 200 te schrijven als $2 \times 100 = 2 \cdot 10^2$ (‘.’ is hetzelfde als x beide betekenen *vermenigvuldigen*).

$$0{,}003 = 3 : 1000 = 3 : 10^3 = 3 \cdot 10^{-3}$$

Deze schrijfwijze wordt de *exponentiële vorm* genoemd, of soms ook wel *wetenschappelijke notatie*. De omzetting van een getal van normale schrijfwijze naar exponentiële schrijfwijze, gaat als volgt in zijn werk:

- Maak van een gewone breuk eerst een decimale breuk.
- Plaats een komma in het getal of verplaats de komma een aantal cijferposities, hetzij naar links hetzij naar rechts en vermenigvuldig dit nieuwe getal met een macht van 10 (grondtal is dus 10). Het aantal posities dat de komma is verplaatst geeft de exponent.
- Komma naar links betekent exponent positief. Komma naar rechts betekent exponent negatief.

Voorbeeld

47300 (geen komma, dus deze staat in feite direct rechts van het getal!)

$$47300 = 4{,}73 \times 10^4$$

De komma werd verplaatst tot tussen de 4 en 7, d.w.z. 4 plaatsen naar links, de exponent = +4.

$$0,00000731 = 7,31 \times 10^{-6}$$

De komma werd verplaatst tot tussen de 7 en 3, d.w.z. 6 plaatsen naar rechts, de exponent = $^{-}6$. Het voordeel van deze schrijfwijze is bijvoorbeeld bij een vermenigvuldiging zoals hieronder getoond wordt:

$$473000 \times 0,00000731 =$$
$$4,73 \times 10^{4} \times 7.31 \times 10^{-6} =$$
$$4,73 \times 7.31 \times 10^{4} \times 10^{-6} =$$
$$4,73 \times 7.31 \times 10^{-2} =$$
$$0,345763 \text{ of } 0,346 \text{ (afgerond op 3 decimalen)}$$

Omdat *vermenigvuldigen me*t en *delen door* getallen die zeer veel in grootte verschillen, in de natuurkunde, elektrotechniek en dus ook in de elektronica, vaak voorkomt, is deze exponentiële vorm van opschrijven erg gebruikelijk.

Opgaven

1. Schrijf in de exponentiële vorm ; 1000000; 0,001; 0,000000001; 1339; 0,000007 en 13000000.
2. Bereken door omzetting in exponentiële vorm en rond de getallen af op 2 cijfers achter de komma:

$$\frac{0,015 \times 5000}{75} =$$
$$\frac{420 \times 0,00013}{26 \times 0,21} =$$
$$\frac{0,0003 \times 280 \times 0,000055 \times 300}{0,14 \times 75 \times 33 \times 0,04 \times 2 \times 0,00005} =$$

1.11 Gebroken exponenten, wortels en worteltrekken

We hebben in het hier voorafgaande kennis gemaakt met machten. Deze konden positief, nul of negatief zijn. In alle gevallen vonden we een getalsuitkomst. Echter, die exponenten waren steeds: gehele getallen. Maar wat betekent een *breuk* als exponent? Laten we beginnen met de meest eenvoudige breuk: $\frac{1}{2}$. Nemen we een willekeurig getal a en verheffen we dat tot de macht $\frac{1}{2}$, dan krijgen we $a^{\frac{1}{2}}$ Als we dit getal met zichzelf vermenigvuldigen (ofwel kwadrateren), dan krijgen we

$$(a^{1/2})^2 = a^{1/2} \times a^{1/2} = a^{1/2 + 1/2} = a^1 = a$$

De macht $a^{1/2}$ is een bijzondere gebroken macht. Hij wordt ook wel geschreven als:

$$\sqrt{a}$$

uitgesproken als de *wortel uit a* of kortweg *wortel a.*Voor *a* kan elk positief getal worden ingevuld. Negatieve getallen met gebroken exponent geven heel vaak geen uitkomst. De wortel uit een getal geeft tot uitkomst een getal, dat met zichzelf vermenigvuldigd (gekwadrateerd), het oorspronkelijke getal onder het wortelteken teruggeeft. Meestal is een wortel niet een geheel getal, soms wel. Getallen met een geheel getal als wortel zijn o.a. 1, 4, 9, 16, 25, 49, 64, 81, 121, 144, etc. Getallen met wortels in de vorm van een gebroken getal zijn o.a. 2, 3, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 12, etc. In de elektronika komen formules met wortels nogal vaak voor.

De techniek van het worteltrekken

Bij het machtsverheffen moest men de exponenten met elkaar vermenigvuldigen:

$$(a^3)^2 = a^{3\times2} = a^6$$
$$(2^3)^2 = 2^{3\times2} = 2^6 = 64$$

Worteltrekken is het omgekeerde van machtsverheffen, dus moeten de exponenten op elkaar worden gedeeld, wat dan ook een gebroken exponent tot gevolg heeft. De noemer van de exponent geeft aan met wat voor soort wortel men heeft te maken.

$$\sqrt{a^6} = \sqrt[2]{a^6} = a^{6/2} = a^3$$
$$\sqrt[3]{a^6} = a^{6/3} = a^2$$
$$\sqrt{8} = \sqrt[2]{2^3} = 2^{3/2} = 2^{1+1/2} = 2^1 \times 2^{1/2} = 2\sqrt{2}$$

Dit is werken met factoren en exponenten waarbij men eerst het getal in factoren moet ontbinden.

Voorbeeld

$$24 = 2^3 \text{ x } 3 \text{ etc...}$$

Met het rekentuig (dit zal wel het meeste aanspreken):

$$\sqrt{961} = 31$$
$$\sqrt{4225} = 65$$
$$\sqrt{3882.5361} = 62{,}31$$

1.12 Logaritmen

Het blijkt dus dat voor elk positief getal met een exponent, ongeacht of die nu negatief, nul, positief of gebroken is, een getalsuitkomst gevonden kan worden. Omgekeerd kan elk positief getal worden geschreven als een macht van een of ander positief getal. Meestal zal die macht er dan een zijn met een gebroken exponent! Deze werkwijze opent de mogelijkheid elke vermenigvuldiging om te zetten in een zeer eenvoudige *optelsom.* Immers, als we in een vermenigvuldiging alle getallen kunnen omzetten in *machten* van één en hetzelfde grondtal, hoeven we slechts nog maar de bijbehorende exponenten op te tellen en van de verkregen uitkomst weer terug te rekenen naar een *gewoon* getal. Dit alles lijkt heel omslachtig, maar in vele gevallen zijn aan deze rekenmethode zoveel voordelen verbonden, dat hij in de natuurkunde, elektronica etc. vaak wordt toegepast, aangezien men hierbij vaak met heel grote en heel kleine getallen tegelijk moet werken.

De exponent, waarin men een getal uitdrukt in een macht van een standaard *grondtal* heet *logaritme*. Een veel gebruikt grondtal is 10. Als men schrijft *log a*, dan wordt daarmee altijd de *logaritme van a met het grondtal 10* bedoeld! (Log *a* is dan de macht waartoe men 10 moet verheffen om *a* te krijgen).

- log 2 is bij benadering 0,3, dus $10^{0,3}$ is ongeveer 2;
- log 3 is bij benadering 0,48 (af te ronden op 0,5 indien de berekening van de opgave niet zo nauwkeurig hoeft te zijn).

Andere voorbeelden.

- Log 10 = 1 want $10^1 = 10$
- Log 1 = 0 want $10^0 = 1$ (ieder getal tot de macht ‘0’ is ‘1’)
- Log 0,1 = ⁻1 want $10^{-1} = \frac{1}{10} = 0,1$
- Log 100 = 2 want $10^2 = 100$
- Log 200 = 2,3 want $200 = 2 \times 100 = 10^{0,3} \times 10^2 = 10^{2,3}$

Om het werken met logaritmen mogelijk te maken heeft men tabellen samengesteld en deze gebundeld in de zogenaamde logaritme tafels. De exponenten van de gebruikte grondtallen zijn hierin tot op 4, 5 of meerdere decimalen vastgelegd.

Een ander veel gebruikt grondtal is het getal *e*, dat een waarde heeft van ongeveer 2,718. Dit getal wordt om wiskundige redenen gebruikt. Logaritmen met *e* als grondtal geeft men aan met *ln*. We zullen later in de studie dit getal *e* nog wel eens tegenkomen.

1.13 De decibel

Een belangrijke, op logaritmen gebaseerde, rekeneenheid in o.a. de radiotechniek is de *decibel*. Zoals 1 decimeter één tiende deel is van 1 meter en 1 deciliter één tiende deel van een liter, is 1 decibel één tiende deel van een Bel, dus 10 dB = 1B. De *Bel* (dus niet de bel bij de voordeur) is de logaritme van een getalsverhouding (in dit geval een vermogensverhouding). Als *a* 10 x zo groot is als *b*, kunnen we ook zeggen dat *a* 1 Bel groter is dan *b* (immers: log 10 = 1). In de praktijk werkt men altijd met de *decibel* (afgekort: dB). In het bovenstaande voorbeeld wordt dit dan: *a* 10 dB groter dan *b*. In de radiotechniek komen vaak de waarden 3 en 6 dB voor. 3 dB betekent: 2 x zo groot, want 3=10.log(x). Hieruit volgt dat log(x) =0,3 en dus $x=10^{0,3} \approx 2$. Dus 3 dB is een factor twee. Zo is 6 dB: 4 x zo groot, want log 4 = log 2 + log 2. 0,6 Bel = 6 dB.

De vermogensversterking van een versterkertrap wordt vaak in *dB* uitgedrukt. Als we de totale versterking van bijvoorbeeld een ontvanger willen bepalen, waarin een signaal door een groot aantal elementen moet gaan die dit signaal versterken en soms ook verzwakken, hoeven we de versterking en verzwakking per element in decibels slechts bij elkaar op te tellen (voor een versterking een positief aantal dB's en voor een verzwakking een negatief aantal dB's). Dit werkt dan ook een stuk gemakkelijker! Bij de bepaling van de versterking in dit voorbeeld wordt de sterkte van het uitgangssignaal in de uitkomst vergeleken met de sterkte van het ingangssignaal.

Conclusie

Als we de versterking van een versterker of versterkertrap in dB's aangeven, dan vergelijken we altijd de vermogenssterkte van het signaal dat eruit komt met de vermogenssterkte van het signaal dat erin gaat! Met andere woorden, als iets wordt aangegeven in dB's moet altijd het ene worden vergeleken met het andere! De bewering: "Het signaal is 10 dB sterk" is onzin (waarmee wordt het signaal vergeleken?). Toch komen we wel eens uitdrukkingen tegen waarin voor een sterkte in dB ogenschijnlijk geen vergelijkingsmaatstaf wordt aangegeven. Dan ligt ofwel die maatstaf volgens stilzwijgende afspraak vast, ofwel wordt dit aangegeven door een toevoeging achter de afkorting dB, bijv. dBm. We gaan hierop nu niet nader in, maar komen later in de cursus hierop wel weer terug.

Opgaven

Hoeveel is:

1. $25^{1/2}$
2. 27^{3}
3. $27^{2/3}$
4. 6^2
5. 2^5
6. log 20 (ongeveer)
7. log 400
8. log 1000000

9. Welke bewering is juist: $30^{1/3}$ ligt tussen
   (a) 2 en 3
   (b) 3 en 4
   (c) 4 en 5
   (d) 5 en 6

10. Welke bewering is juist: $\sqrt{70}$ ligt tussen
   (a) 3 en 5
   (b) 4 en 6
   (c) 6 en 8
   (d) 8 en 9

11. Van 2 versterkers versterkt de een 11 dB, de ander 5 dB. Wat is de totale versterking in dB en in *maal* als de uitgang van de ene versterker wordt verbonden met de ingang van de ander?

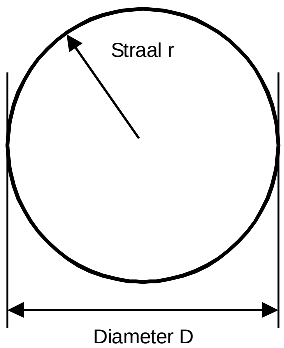
12. Dezelfde vraag als bij 11), maar nu voor een versterker die 11 dB en de tweede die $^{-}5$ dB versterkt.

1.14 Het getal π

Het getal π, een Griekse letter en uitgesproken als *pi* komt in de elektro- en radiotechniek regelmatig voor en wordt gebruikt bij berekeningen welke o.a. te maken hebben met cirkels. *Pi* is een constante in de berekening van omtrek en oppervlakte van cirkels.

$$\pi = 3{,}1415926535 \text{ (afgerond op 10 cijfers)}$$

In de praktijk: $\pi = 3{,}14$ en $\pi^2 = 10$.
Voor ons is belangrijk de *omtrek* en de *oppervlakte* of *doorsnede* van een cirkel, omdat we overwegend geleiders (draden) met een ronde doorsnede gebruiken. Moeten er geleiders met een ander profiel worden gebruikt of berekend, dan geeft men dit heel duidelijk aan!



Figuur 1-4 Diameter en omtrek van een cirkel.

$$\text{Oppervlakte cirkel: } \frac{\pi}{4} \times D^2$$

$$\text{Omtrek cirkel: } 2 \times \pi \times r = \pi \times D$$

Bij cirkels kennen we (zie Figuur 1-4):
- *r* de straal van de cirkel.
- *D* = 2 x r, de *diameter* van de cirkel.

Om de afmetingen van ronde draden te bepalen maken we gebruik van een micrometer of een schuifmaat. We meten met dergelijk gereedschap altijd de diameter van de draad. De oppervlakte of doorsnede van de draad is nu bepaald door de formule:

$$A = \frac{1}{4} \times \pi \times D \times D = \frac{\pi}{4} D^2 \approx 0{,}785 D^2$$

Voorbeeld

Een koperen draad heeft een diameter van 4 mm (met een schuifmaat gemeten). Bepaal de doorsnede van de draad.
- Gegeven: koperen draad, D = 4 mm.
- Gevraagd: A (de doorsnede).
- Berekening:

$$A = \frac{\pi}{4} D^2 = \frac{3{,}14}{4} \times 4 \times 4 = 0{,}785 \times 16 = 12{,}56 \text{ mm}^2 = 12{,}56 \times 10^{-6} \text{ m}^2$$

Weet je nog:

$$1 \text{ m} = 1000 \text{ mm} = 10^3 \text{ mm}$$
$$1 \text{ m}^2 = 1000000 \text{ mm}^2 = 10^6 \text{ mm}^2,$$
$$\text{dus } 1 \text{ mm}^2 = 10^{-6} \text{ m}^2$$

1.15 Grafieken

We hebben in het voorafgaande gedeelte, betrekking hebbende op de *rekenvaardigheid,* geruisloos en onbewust kennis gemaakt met *formules* (een rekenkundig recept, de aanwijzing wat men moet doen om tot een bepaalde uitkomst te komen). Neem bijvoorbeeld eens de formule in de algemene vorm:

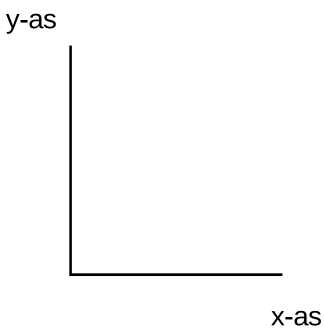
$$a = \frac{b}{c}$$

Dit kan voor ons betekenen: Als we *b* en *c* een bepaalde waarde geven, dan zijn we in staat om de waarde van *a* te bepalen.
We kunnen ook *c* een vaste *onveranderlijke* waarde toekennen en voor *b* een waarde kiezen die we naar eigen wens kunnen vergroten of verkleinen. Hierdoor verandert de waarde van *a*, door de gegeven formule, geheel *afhankelijk* van onze keuze voor de waarde van *b*.

We zeggen dan:
- *c* is een *constante;*
- *b* is een *onafhankelijke veranderlijke;*
- *a* is een *afhankelijke veranderlijke.*

Dit soort opgave kan een massa rekenwerk tot gevolg hebben, als we met de waarde van *b* uitgebreid gaan spelen! Voor dit tijdrovend en vervelend klusje is echter een soepele en eenvoudige oplossing beschikbaar, die algemeen in de techniek wordt toegepast, namelijk *tekeningen*. Voor de omschrijving, met of zonder gegevens, van schakelingen zijn het: *schema's*. Voor het hier bedoelde voorbeeld of andere formules zijn het *grafieken*.

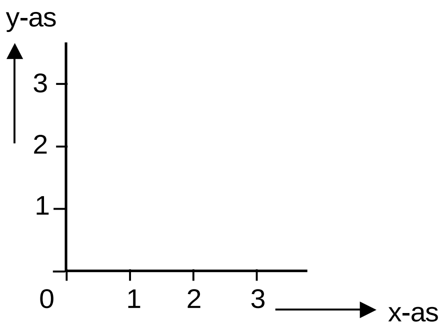
Het tekenen van grafieken is ook aan afgesproken regels gebonden, namelijk:



Figuur 1-5 De assen van een grafiek

a) We beginnen met 2 lijnen (de assen) te tekenen, loodrecht op elkaar

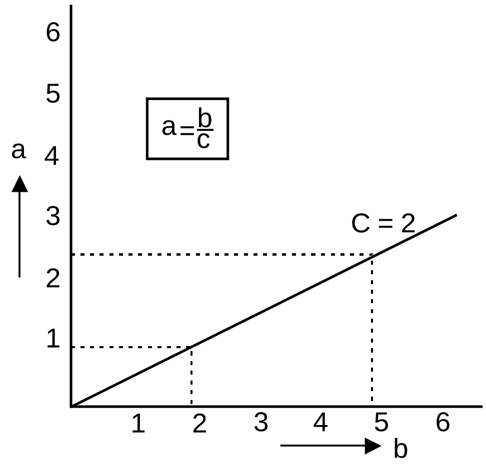
b) De horizontale as zetten we uit het onafhankelijke gegeven, eventueel met vermelding van de gebruikte eenheid



Figuur 1-6 Maatstrepen op een grafiek

c) Op de verticale as wordt uitgezet het afhankelijke gegeven, ook eventueel met vermelding van gebruikte eenheid.

d) De lijn die snijpunten van de getrokken lijntjes vanuit de *X* en *Y* as verbindt is dan de *lijn, curve of kromme* (= de constante waarde van *c*)



Figuur 1-7 Het uitzetten van een lijn in een grafiek.

Deze lijn, curve of kromme is beslist niet altijd een rechte lijn, maar vaak een mooie vloeiende lijn! Hoe gebruiken we nu deze grafiek? Stel we hebben de formule:

$$a = \frac{b}{c}$$

en er is gegeven dat:

c = 2 (een constante)
b = 1, 2, 3, 4 etc. (de onafhankelijke. veranderlijke.)
a = ? (de afhankelijke variabele.)

We willen snel de waarde van *a* weten als gegeven is dat *b* = 2 respectievelijk 5. En we willen dit doen zonder rekenwerk.

- Vanuit punt ‘2’ op de X-as een verticale lijn tekenen totdat deze lijn *c* snijdt. Uit dit snijpunt horizontale lijn tekenen. Snijpunt met de Y-as geeft de waarde van *a* = 1.
- Bij *b* = 5 is de waarde *a* = 2 $^{1}/_{2}$.

Op de X- en Y-as mogen zowel positieve als negatieve waarden worden uitgezet. Bij een combinatie van positieve en negatieve waarden wordt de X- en Y-as door het nulpunt (snijpunt der assen) verlengd. Positieve waarden op de X-as uitzetten naar rechts en negatieve waarden naar links van het nulpunt. Voor de Y-as positieve waarden boven en negatieve waarden onder het nulpunt. Het wil ook nog voorkomen dat men verschillende grafieken die enig verband met elkaar hebben bij elkaar tekent met gemeenschappelijke X- en Y-assen. Dit komt o.a. voor bij grafieken horende bij transistors e.d. Wij noemen dergelijke grafieken dan *karakteristieken* omdat deze dan de eigenschappen (het karakter) van de bedoelde component (onderdeel) aangeeft, waardoor men bepaalde gewenste gegevens kan bepalen!

Opgaven

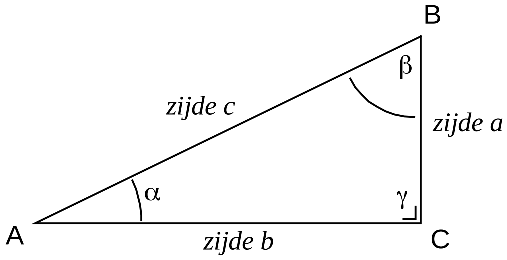
1. Teken in Figuur 1-7 de grafiek voor *c* = 1.

2. Idem voor $c = 4$.
3. Wat is de conclusie bij vergelijking van de grafieken voor: c is resp. 1, 2 en 4.
4. Teken in Figuur 1-7 de grafiek voor $c = 3$, en bepaal de waarde van a als $b = {}^{-}7$.

1.16 Goniometrische verhoudingen

Verderop in de cursus krijgt men, vanaf het hoofdstuk *wisselstroomtechniek*, te maken met de begrippen *sinus* en *cosinus*. Dit zijn goniometrische verhoudingen. Bij het werken met de sinus of cosinus van een hoek hebben we altijd te maken met *rechthoekige driehoeken*, zie Figuur 1-8.

$\gamma = 90°$, zoals we zeggen: *recht*, aangegeven met ⌋
$\alpha < 90°$, dit is een *scherpe* hoek.
$\beta > 90°$, dit is een *stompe* hoek.



Figuur 1-8 Een driehoek met drie van elkaar verschillende hoeken.

De grootte van een hoek geven we aan met het teken °.
De hoeken zelf kunnen we aangeven met Griekse letters, zoals: α β γ ϑ etc. (in dit geval: α).
Tegenover
hoek α ligt zijde a,
hoek β ligt zijde b,
hoek γ ligt zijde c.

De som van de drie hoeken van een driehoek is altijd 180°.

Het volgende is belangrijk bij rechthoekige driehoeken.

- Het kwadraat van de schuine zijde is de som van de kwadraten van de rechthoekszijden. In formule vorm: $c^2 = a^2 + b^2$. Zijn de waarden van de zijden a en b bekend, dan kunnen we de zijde c berekenen:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

- De sinus van hoek α is de tegenover liggende zijde, gedeeld door de schuine zijde: $\sin\alpha = \frac{a}{b}$.

- De cosinus van hoek α is de aanliggende zijde gedeeld door de schuine zijde: $\cos\alpha = \frac{b}{c}$.

Bekijk en geniet nog maar eens van Figuur 1-8. De getekende driehoek kunnen en mogen we in elke gewenste stand tekenen zonder dat er iets van het bovenstaande verandert. De rechthoekszijden *a* en *b* zijn altijd kleiner dan de schuine zijde *c*. De sinus of cosinus van een hoek kan daarom wel gelijk aan 1 maar nooit groter dan 1 zijn. Als we de zijde *c* een waarde 1 geven dan wordt de sinus :

$$\sin\alpha = \frac{a}{c} = \frac{a}{1} = a$$

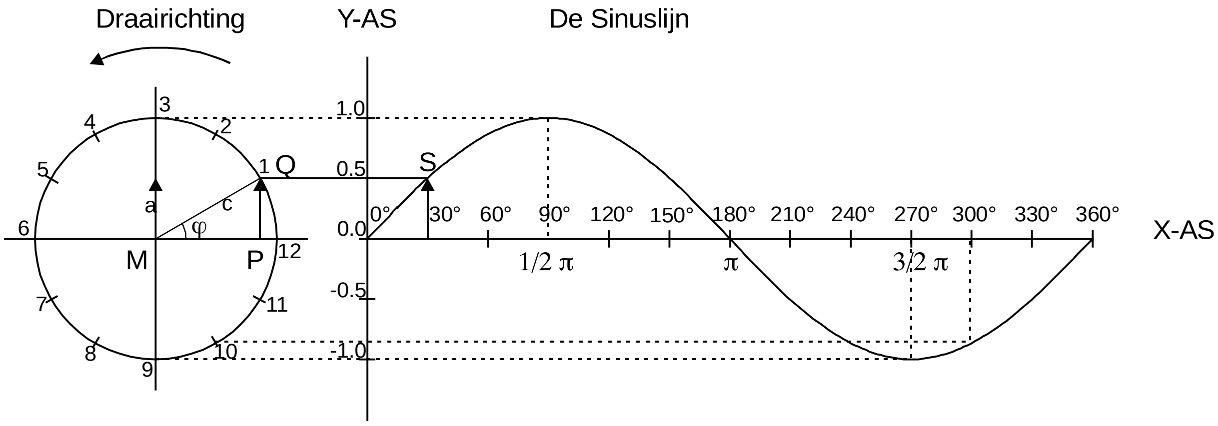
Dus: *a* is de maat voor de sinus.
Evenzo geldt :

$$\cos\alpha = \frac{b}{c} = \frac{b}{1} = b$$

b is dus de maat voor de cosinus.

Sin 0° = 0, en sin 90° = 1
Cos 0° = 1 en cos 90° = 0

Voor c *kiezen we de standaardwaarde 1. We kunnen nu, als we alle sinuswaarden van alle hoeken bepaald hebben, van het verloop van de sinus een grafiek maken, de zogenaamde sinuslijn. Dit kan ook van de cosinuslijn. Figuur 1-9 geeft de constructie van genoemde sinuslijn.*



Figuur 1-9. Constructie van de sinuslijn.

Constructie van de sinuslijn

Verdeel de omtrek van een cirkel *M*, met straal r = 1, in 12 gelijke stukken. Als de lijn *c* (hier straal *r*) de boog van punt 0 tot punt Q, (het eerste van de twaalf punten) heeft doorlopen, is er een hoek $\varphi = 30°$ ontstaan. Vanuit punt Q een loodlijn neerlaten op de lijn MP, hierdoor ontstaat de rechthoekige driehoek MPQ. Het lijnstuk PQ = *a* geeft nu de sinus waarde weer.

$$\sin\varphi = \frac{a}{c} = \frac{0{,}5}{1} = 0{,}5$$

Teken nu een *X*-as en *Y*-as. Op de horizontale *X*-as 12 gelijke stukken uitzetten en nummeren van 1 t/m 12. Vanuit punt 1 (is punt Q) een horizontale lijn trekken tot deze de verticaal opgerichte loodlijn vanuit punt 1 op de *X*-as snijdt. Snijpunt *S* is dan één punt van de gevraagde sinuslijn! Doe dat ook voor alle andere 12 punten op de cirkelomtrek. Verbind alle op deze wijze gevonden punten voor de sinuslijn door een mooi vloeiende lijn te tekenen. De gevonden grafiek is dan de gevraagde sinuslijn.

Oorspronkelijk werd de cirkelomtrek verdeeld in 360 deeltjes. De hoek welke een 360ste deeltje van de boog omvatte was dan 1°. In de elektrotechniek was een andere verdeling van de cirkelomtrek handzamer voor berekeningen. Gekozen werd een verdeling in stukken gelijk aan de straal van de cirkel. De hoek die dan gevormd wordt is ongeveer 57°. Deze hoek wordt 1 radiaal genoemd. Men had op de punten 0 t/m 12 op de X-as ook de doorlopende hoeken mogen zetten of wat ook gebruikelijk is o.a. bij punt 6 : π en punt 12 : 2π etc., want als punt Q vanaf 0 tot punt 12 is rondgelopen, dan heeft punt Q precies de omtrek van de cirkel doorlopen en dat is 360°. De omtrek van de cirkel is:

$$2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot 1 = 2\pi$$

Daarom komt 360° overeen met 2π radialen.

90°	=	$^1/_2\ \pi$
180°	=	π
270°	=	$1^1/_2\ \pi$
360°	=	2π

Opgaven

1. Neem de gegevens van Figuur 1-9 over en construeer zelf op een blad papier de sinuslijn.
2. Construeer in dezelfde tekening de cosinuslijn (in een andere kleur).
3. Hoe groot is: sin 30°, 60°, 90°, 150°, 210°, 300°, 360°, 390°, 450°.
4. Welke 2 verschillen tussen de sinuslijn en cosinuslijn ziet u?